

每周工作汇报

姓名	侯宇轩	开始日期	2019.3.18	结束日期	2019.3.24
----	-----	------	-----------	------	-----------

1. 本周任务与计划

1.1 研究任务

阅读蔡老师布置的论文：PDE-Net: Learning PDEs from Data，学习其中的方法，思考如何用其对 level-set 进行改进。

2. 本周工作概要

2.1 当前的进展

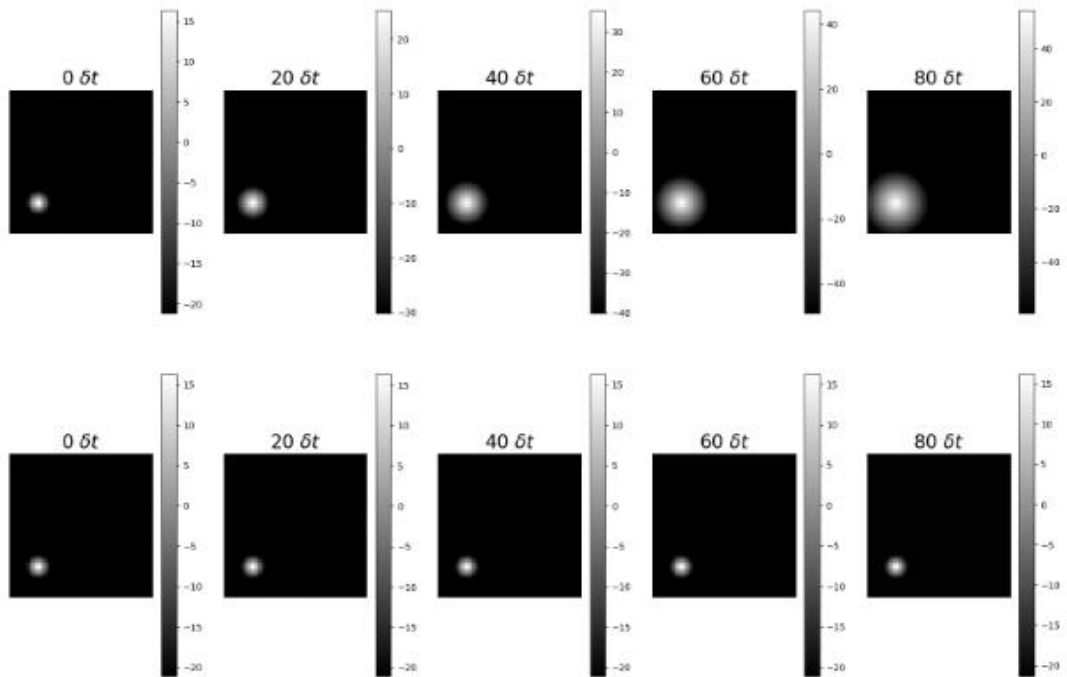
本周工作

目标：使用 PDE-net 将 Level set 分割正圆的过程学习出来

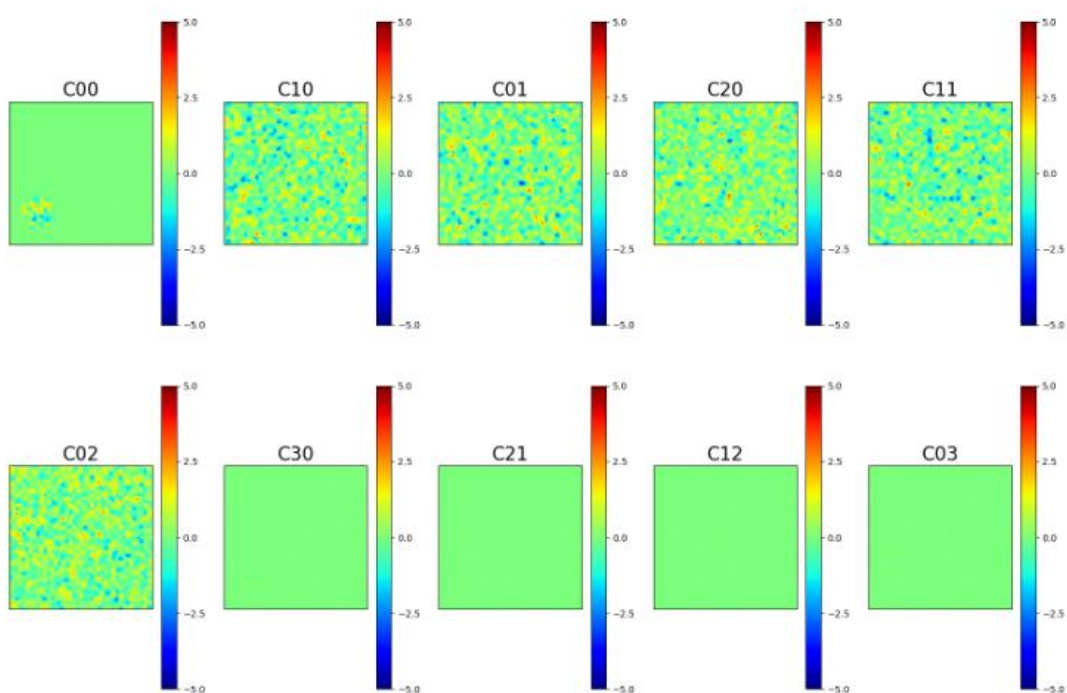
由于上周 PDE-net 出现了曲线不扩张的现象，网络预测结果疑似为恒等变换，蔡老师要求我用 PDE-net 学习到的参数，不用网络预测而用数值方法直接计算曲线演化的过程。

上周 PDE-net 中的训练结果如下：

（上面一行为正确结果，下面一行为预测）



PDE-net 中提取模型参数如下：



该情况数值上较为稳定，但是存在预测模型不进行扩张的问题。

微分方程模型：（预测模型在 2 阶以上系数基本为 0）

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_{00}u + C_{10}\frac{\partial u}{\partial x} + C_{01}\frac{\partial u}{\partial y} + C_{20}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C_{11}\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C_{02}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

采用数值方法，在网格上将微分近似为差分：

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u[i+1, j] - u[i-1, j]}{2h} = D_{10}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} \approx \frac{u[i, j+1] - u[i, j-1]}{2h} = D_{01}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{u[i+1, j] + u[i-1, j] - 2 * u[i, j]}{h^2} = D_{20}$$

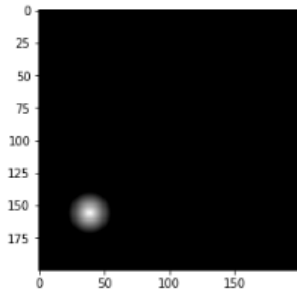
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \approx \frac{u[i+1, j+1] + u[i-1, j-1] - u[i+1, j-1] - u[i-1, j+1]}{4h^2} = D_{11}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \approx \frac{u[i, j+1] + u[i, j-1] - 2 * u[i, j]}{h^2} = D_{02}$$

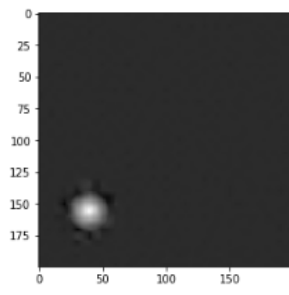
迭代公式

$$u^* = u + dt * [C_{00}u + C_{01}D_{01}(u) + C_{10}D_{10}(u) + C_{02}D_{02}(u) + C_{11}D_{11}(u) + C_{20}D_{20}(u)]$$

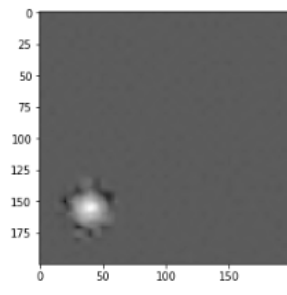
将初始水平集图像作为 u_0 输入，迭代结果如下：



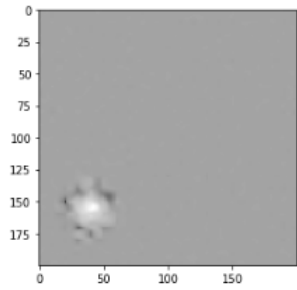
$0\delta t$



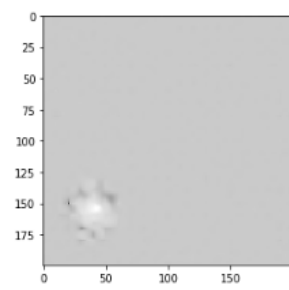
$8\delta t$



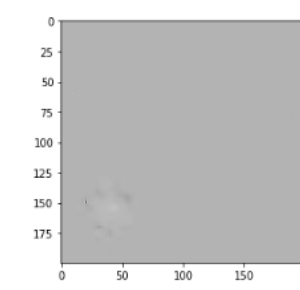
$16\delta t$



$24\delta t$



$32\delta t$



$40\delta t$

与上面 PDE-net 预测结果比较，发现使用这些学习到的系数进行数值实验时曲线可以进行扩张，但是会在 40 步左右消散，与 PDE-net 网络直接预测输出结果有很大不同。

原因猜想：

观察 PDE-net 原文，发现文章中的方程为

$$\tilde{u}(t_{n+1}, \cdot) = D_0 u(t_n, \cdot) + \delta t \cdot (c_{00} D_{00} u + c_{10} D_{10} u + \dots + c_{04} D_{04} u),$$

与我们的差分方程

$$u^* = u + dt * [C_{00}u + C_{01}D_{01}(u) + C_{10}D_{10}(u) + C_{02}D_{02}(u) + C_{11}D_{11}(u) + C_{20}D_{20}(u)]$$

相比，多了 D_0 、 D_{00} 算子。PDE-net 中的这两个算子也是卷积运算，若该算子在权重经过训练后不是单位算子，则会与我们的数值解法产生区别，这可能是预测结果不同的原因之一。

3. 下周工作计划

观察 PDE-net 的网络结构，寻找直接预测与用预测系数数值模拟方法结果差异的原因。

附表：工作整理

任务类型	任务内容	截止日期	当前进度
工作	PDE-net 与 level set 的结合		蔡老师提出新方法：使用偏微分方程网络 PDE-net 对 level set 进行改进。

			现在正在对网络参数进行修改。
--	--	--	----------------

本周工作时长：8 小时*7 = 56 小时。